МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Российский государственный гуманитарный университет»
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ
Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
Направленность (профиль) Математика информационных сред

Уровень высшего образования: бакалавриат
Форма обучения: очная

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2022

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ
Рабочая программа дисциплины

Составитель:
канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики
Славова В.В.

УТВЕРЖДЕНО
Протокол заседания кафедры
фундаментальной и прикладной математики
№ 10 от 05.04.2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: дать представление студентам о принципах и методах математического моделирования операций, познакомить с основными типами задач исследования операций и методами их решения для практического применения.

Задачи дисциплины: научить студентов применять методологию исследования операций; выполнять все этапы исследования; классифицировать задачу оптимизации; выбирать метод решения задач оптимизации; использовать компьютерные технологии реализации методов исследования операций и методов оптимизации.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	**Индикаторы компетенций** (код и наименование)	**Результаты обучения**
ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.1. Определяет и анализирует существенные элементы информационных систем.	*Знать:* основные принципы перечисления объектов; основные задачи исследования операций; основы теории принятия решений в условиях конфликта; основы метода динамического программирования; *Уметь:* использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач; использовать математические модели исследования операций в реальных ситуациях, применять к конкретным задачам методы теории исследования операций (игровые методы принятия решений, метод динамического программирования и др.; *Владеть:* навыками строить области в двумерной плоскости, рассчитывать параметры практических задач массового обслуживания.
	ОПК-2.2. Осуществляет поиск и применяет программное обеспечение для проведения вычислительных экспериментов.	*Знать:* основные принципы перечисления объектов; основные задачи исследования операций; основы теории принятия решений в условиях конфликта; основы метода динамического программирования; *Уметь:* использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач; использовать математические модели исследования операций в реальных ситуациях, применять к конкретным задачам методы теории исследования операций (игровые методы принятия решений, метод динамического программирования и др.; *Владеть:* навыками строить области в

		двумерной плоскости, рассчитывать параметры практических задач массового обслуживания.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Исследование операций» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.
Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Теория графов», «Аналитическая геометрия».
В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Математическая теория игр», «Математические основы современной физики».

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 академических часа (ов).

Структура дисциплины для очной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Семестр	Тип учебных занятий	Количество часов
4	Лекции	**24**
4	Практические занятия	**32**
	Всего:	**56**

Объем дисциплины в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 88 академических часа(ов).

3. Содержание дисциплины

Тема 1. Линейное программирование и **поиски экстремумов функций**
Задачи линейного программирования. Приведение к симплексной форме. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. Симплекс-метод. Двойственная задача линейного программирования. Теоремы двойственности. Транспортная задача ЛП. Решение транспортной задачи методом потенциалов.

Тема 2. Матричные игры, чистые и смешанные стратегии
Конечные антагонистические игры двух лиц. Платежная матрица, верхняя и нижняя цена игры. Игры с полной информацией. Решение игр в чистых и смешанных стратегиях. Теорема фон Неймана. Конечные бескоалиционные игры. Равновесие по Парето и Нэшу.

Тема 3. Оптимизации на графах
Динамическое программирование. Задачи распределения ресурсов, поиск кратчайших маршрутов. Практическая задача о построении максимального потока нефти между источниками нефти и нефтеперегонными заводами. Переход к математической модели этой задачи. Разрезы и их пропускные способности в сети. Алгоритм построения максимального

потока в сети. Основы сетевого планирования. Прикладные задачи, решаемые с применением сетевого планирования и построение соответствующих математических моделей

Тема 4. Системы массового обслуживания
Вероятностное моделирование сложных систем. Понятие систем массового обслуживания, их классификация. Пуассоновский поток событий. Одноканальные и многоканальные системы с отказами и ожиданием. Системы с ограниченным временем ожидания и/или длины очереди.

4. Образовательные технологии

Для проведения *занятий лекционного типа* по дисциплине применяются такие образовательные технологии как традиционная лекция, лекция-визуализация с применением слайд-проектора. Для проведения *практических занятий* используются такие образовательные технологии как: решение типовых задач и обсуждение теоретических вопросов для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.
В рамках *самостоятельной работы* студентов проводится консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты.

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:
– видео-лекции**;**
– онлайн-лекции в режиме реального времени;
– электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
– системы для электронного тестирования;
– консультации с использованием телекоммуникационных средств.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1 Система оценивания

Форма контроля	**Макс. количество баллов**	
	За одну работу	**Всего**
Текущий контроль:		
- контрольная работа (темы 1- 3) - домашняя контрольная работа	15 баллов 15 баллов	45 баллов 15 баллов
Промежуточная аттестация - зачёт с оценкой (Итоговая контрольная работа)		40 баллов
Итого за семестр		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C

56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	**Оценка по дисциплине**	**Критерии оценки результатов обучения по дисциплине**
100-83/ A,B	отлично	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».
82-68/ C	хорошо	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».
67-50/ D,E	удовлетво-рительно	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».
49-0/ F,FX	неудовлет-ворительно	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Примерный вариант контрольной работы по теме 1:

1.Найти такие значения переменных x_1 *и* x_2, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $f = 2x_1 + 3x_2$ принимала максимальное значение, если это возможно. Построить ОДР, решить методом перебора вершин; решить, опираясь на градиент

$$(A)\quad \begin{cases} 6x_1 - x_2 \le 36 \\ 9x_1 - 8x_2 \ge -24, \\ 3x_1 + 4x_2 \ge 12 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$$

2.Найти такие значения переменных x_1, x_2, x_3, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $f = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \to \max$ (принимала максимальное значение), если это возможно.

$$(A)\quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 \le 240 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \le 100 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \le 80 \end{cases},$$

$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.$$

Решить симплексным методом.

3. Дана задача линейного программирования: $Z = 9y_1 + 25y_2 \to \min$

$$\begin{cases} y_1 + 5y_2 \ge 4, \\ 3y_1 + 2y_2 \ge 5, \\ y_1 \ge 0, \qquad y_2 \ge 0. \end{cases}$$

Составить двойственную задачу и решить ее, опираясь на симплекс-метод.

Как называется функция $Z = 9y_1 + 25y_2$?

4. Решить транспортную задачу, заданную таблицей стоимостей перевозок:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A	10	10	5	8	7
7	4	6	8	3	2
13	5	3	4	6	4
20	3	2	5	7	5

Требуется определить план перевозок так, чтобы все запасы были перевезены; все получатели были удовлетворены, **транспортные расходы (стоимость перевозок) были минимальны,** проверить, является ли задача открытой,

представить задачу в табличном виде,
написать целевую функцию,
дать определение плана поставок или плана перевозок,
построить первоначальный план перевозок,
решить задачу методом потенциалов, указывая на каждом шаге величину транспортных расходов,
объяснить, согласно какому критерию процесс решения задачи закончен, т.е. почему Вы остановились в поисках лучшего опорного решения,
указать стоимость транспортных расходов для первоначального плана и для окончательного.

5. Фирма выпускает радиоприемники трех различных моделей: *A, B, C*. Каждое изделие указанных моделей приносит доход в размере 8, 15, 25 ед., соответственно. Необходимо, чтобы фирма выпускала за неделю не менее 100 приемников модели *A*, 150 модели *B* и 75 модели *C*. Каждая модель характеризуется определенным временем, необходимым для изготовления соответствующих деталей, сборки изделия и его упаковки. Так, в частности, в расчете на 10 приемников модели *A* требуется 3 ч для изготовления деталей, 4 ч на сборку и 1 ч на упаковку. Соответствующие показатели в расчете на 10 приемников модели *B* равны 3,5, 5 и 1,5, а на 10 приемников модели *C* – 5, 8 и 3. В течение недели фирма может израсходовать на производство деталей 150 часов, на сборку 200 часов и на упаковку 60 часов.
Составить задачу нахождения оптимального производственного плана. Привести ее к каноническому виду.
6. Исследовать на условный экстремум функцию

$$f = x + y - x \cdot y \quad \text{при условии} \quad x^2 + y^2 = 1.$$

Нарисовать на плоскости линию, которую задает уравнение связи, и назвать ее.

Примерный вариант контрольной работы по теме 2:

1. Решить антагонистическую игру с матрицей выигрышей

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Имеется налоговая инспекция А и налогоплательщик В, для которого налог с истинного дохода составляет N условных единиц. Налоговая инспекция может не контролировать налогоплательщика - стратегия A_1, или контролировать доход налогоплательщика и
1) взимать с него налог в размере N с истинного дохода, если налог заявлен и соответствует действительности,
2) взимать с него налог с истинного дохода и штраф в размере T , если доход указан меньше истинного, или скрыт вовсе.
Налогоплательщик может заявить действительный налог - стратегия A_1, или заявить меньший доход и заплатить меньший налог C - стратегия B_2, или скрыть доход и не платить налог вообще - стратегия B_3. Сумма налога для плательщика его проигрыш, а для налоговой инспекции – выигрыш.
Налоговая инспекция имеет стратегию A_1: не контролировать налогоплательщика, имеет стратегию A_2: контролировать налогоплательщика и взимать с него налог с истинного дохода плюс штраф в размере T. Представить теоретико-игровую модель задачи.

3. Исследовать на равновесие по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях и на оптимальность по Парето в чистых стратегиях

$$\begin{pmatrix} (30, & 33) & (20, & 3) \\ (20, & 7) & (15, & 17) \end{pmatrix}.$$

4. Проверить, есть ли доминирование стратегий для биматрицы

$$\begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} B_1 & B_2 & B_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} (2,3) & (6,1) & (3,2) \\ (7,2) & (1,5) & (4,1) \\ (1,4) & (5,1) & (6,3) \\ (8,6) & (1,2) & (6,1) \end{pmatrix} \end{array}$$

и указать равновесия по Нэшу в чистых стратегиях.

Примерный вариант контрольной работы по теме 3:

1.Описать понятие разреза на графе и его пропускной способности, алгоритма нахождения максимального потока. Привести решение практической задачи для построения максимального потока в сети.

2.На прилагаемом рисунке представлена схема дорог между пунктами, причем на ребрах сети указаны стоимости проезда между двумя пунктами. Указать самую экономичную по стоимости схему перевозок так, чтобы можно было проехать из любого пункта в любой другой пункт. Рассматривая схему как граф, ребра которого имеют веса, приведенные на рисунке, построить минимальное остовное дерево этого графа.

3. Построить кратчайший путь от узла 1 до всех остальных узлов сети, приведенной на прилагаемом рисунке, учитывая, что двигаться можно только в направлении стрелки, и на каждой дуге указана ее длина (алгоритм Дейкстры).

4. Найти максимальный поток в сети, приведенной на прилагаемом рисунке от источника (узел 1) к стоку (узел 4).

Примерный вариант домашней контрольной работы по теме 4:

1.Парикмахерская в любой момент может обслуживать только одного клиента.
Имеется также три места для ожидающих клиентов, т.е. в парикмахерской одновременно могут находиться не более 4 человек. Клиенты приходят в соответствии с распределением Пуассона со средним значением 4 человека в час. Время обслуживания распределено по экспоненциальному закону с мат. ожиданием 15 мин. Определите вероятности установившегося режима, ожидаемое число клиентов парикмахерской, вероятность того, что клиент уйдет, поскольку все места заняты.

2.Имеется мастерская по круглосуточному легкому ремонту автомобилей с одним рабочим местом. На осмотр и небольшой ремонт уходит в среднем 30 минут. Как правило в день приезжает 36 автомашин. Поток заявок и обслуживания- простейшие. Если мастер-слесарь занят, то вновь приехавшая машина уезжает, не ожидает.
1) Вычислить вероятности состояний и характеристики обслуживания. 2) Решить ту же задачу, если одновременно работает 4 мастера. 3) Вычислить количество мастеров, необходимое для того, чтобы пропускная способность мастерской была бы не менее 0,9.

3. Поток машин является простейшим потоком с плотность λ. Прохожий «голосует», чтобы остановить первую попавшуюся машину (предполагается, что водитель машины, видя

голосующего прохожего, останавливается и подбирает его) и через случайное время T он садится в машину. Выписать закон распределения T , его математическое ожидание и дисперсию.

4. В области N каждые 20 минут рождается ребенок. Вычислить: а) показатель рождаемости, т.е. среднее количество родившихся в год, б) вероятность того, что в течение одних суток не появится на свет ни один ребенок, в) если за последние 2 часа на свет появились 34 ребенка, вычислить вероятность того, что к концу 3-его часа число родившихся детей будет равно 54.

5. На складе находится 80 ящиков автозапчастей, которые изымаются согласно Пуассоновскому закону в среднем 5 ящиков в день. Вычислить вероятность того, что а) за 2 дня со склада заберут 10 ящиков, б) к концу четвертого дня на складе не будет ни одного ящика, в) вычислить среднее число востребованных ящиков в течение 4-х дней.

Промежуточная аттестация

Примерные варианты итоговой контрольной работы:

Вариант 1

1. Найти такие значения переменных x_1 x_2 , чтобы при заданной системе ограничений (A) функция $F = x_1 + x_2$ принимала экстремальное значение, если это возможно. Решить ее по плану: построить ОДР, решить методом перебора вершин, вычислить градиент целевой функции и решить задачу, опираясь на градиент, составить симплекс-таблицу.

$$(A)\quad \begin{cases} x_1 + x_2 \ge 3, \\ 3x_1 + x_2 \ge 5, \\ x_1 \ge 0, \qquad x_2 \ge 0. \end{cases}$$

2. Составить задачу, двойственную данной задаче.
Найти такие значения переменных x_1, x_2, x_3, чтобы при заданной системе ограничений (A) функция $F = x_1 + 2x_2 + x_3 \to \min$ (принимала минимальное значение), если это возможно.

$$(A)\quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 \ge 6 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 \le -2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \ge 2 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.$$

3. $\overline{grad}\ \ F(x_1, x_2) = (5,-4)$. Восстановить линейную целевую функцию, имеющую этот градиент.

4. Фирма выпускает радиоприемники трех различных моделей: *A, B, C*. Каждое изделие указанных моделей приносит доход в размере 8, 15, 25 ед., соответственно. Необходимо, чтобы фирма выпускала за неделю не менее 100 приемников модели *A*, 150 модели *B* и 75 модели *C*. Каждая модель характеризуется определенным временем, необходимым для изготовления соответствующих деталей, сборки изделия и его упаковки. Так, в частности, в расчете на 10 приемников модели *A* требуется 3 ч для изготовления деталей, 4 ч на сборку и 1 ч на упаковку. Соответствующие показатели в расчете на 10 приемников модели *B* равны 3,5, 5 и 1,5, а на 10 приемников модели *C* – 5, 8 и 3. В течение недели фирма может израсходовать на производство деталей 150 часов, на сборку 200 часов и на упаковку 60 часов.

Составить задачу нахождения оптимального производственного плана. Привести ее к каноническому виду.

5. Вычислить частные производные первого $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ и второго порядка

$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, первый $df(x,y) = d^1 f(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$

и второй дифференциал функций, перечисленных ниже, а также составить матрицу по

образцу: $H = H(x,y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{pmatrix}$ для функции $f(x,y) = x^2 \cdot y + 0{,}5y^2 - 7y - 12x$.

Вариант 2

1. Исследовать на условный экстремум, выписывая функцию Лагранжа и окаймленную матрицу Гессе, следующую функцию $u = x^3 + x^2 y + y^2 + x + y$

при условии $xy - 2x + y = 2$.

2. Найти такие значения переменных x_1, x_2, x_3, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $f = 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \to \max$ (принимала максимальное значение), если это возможно.

$$(A)\quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 6x_3 \le 240 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \le 100 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \le 80 \end{cases},$$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0$. Решить симплексным методом.

3. Найти такие значения переменных x_1 *и* x_2, чтобы при заданной системе ограничений (А)

функция $f = 2x_1 + 3x_2$ принимала максимальное значение, если это возможно. Построить ОДР**,** решить методом перебора вершин вычислить градиент целевой функции и решить, опираясь на понятие градиента.

$$(A)\quad \begin{cases} 6x_1 - x_2 \le 36 \\ 9x_1 - 8x_2 \ge -24, \\ 3x_1 + 4x_2 \ge 12 \end{cases}$$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$.

4. Составить и решить двойственную задачу и дать решение исходной задачи
$f = x_1 + x_2 + 3x_3 \to \min$ (принимала максимальное значение), если это возможно.

$$(A)\quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 \ge 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 \ge 3 \\ x_2 + 2x_3 \ge 1 \end{cases},$$

$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$

5. Решить транспортную задачу, заданную таблицей стоимостей перевозок:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
A	10	10	5	8	7
7	4	6	8	3	2
13	5	3	4	6	4
20	3	2	5	7	5

Требуется определить план перевозок так, чтобы все запасы были перевезены; все получатели были удовлетворены, **транспортные расходы (стоимость перевозок) были минимальны,**
проверить, является ли задача открытой,
представить задачу в табличном виде,
написать целевую функцию,
дать определение плана поставок или плана перевозок,
построить первоначальный план перевозок,
решить задачу методом потенциалов, указывая на каждом шаге величину транспортных расходов,
объяснить, согласно какому критерию процесс решения задачи закончен, т.е. почему Вы остановились в поисках лучшего опорного решения,
указать стоимость транспортных расходов для первоначального плана и для окончательного.

6. Дана задача линейного программирования: $Z = 9y_1 + 25y_2 \to \min$

$$\begin{cases} y_1 + 5y_2 \geq 4, \\ 3y_1 + 2y_2 \geq 5, \\ y_1 \geq 0, \qquad y_2 \geq 0. \end{cases}$$

Составить двойственную задачу и решить ее, опираясь на симплекс-метод.
Как называется функция $f = 9y_1 + 25y_2$?

7. Исследовать на выпуклость.

. $f(x, y, z) = 5x^2 + 18y^2 + 10z^2 - 2xz + 18yz + 12xy$

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1 Список источников и литературы

Литература

Основная

1. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: [учеб. пособие для студентов втузов] / Е. С. Вентцель. - Изд. 4-е, стер. - М.: Высш. шк., 2007. - 206 с.
2. Математические методы и модели исследования операций: учебник для студентов вузов/ [Колемаев В. А. и др.]; под ред. В. А. Колемаева. - М.: ЮНИТИ, 2008. - 591 с.
3. Алескеров Ф. Т. Бинарные отношения, графы и коллективные решения: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлениям "Экономика", "Менеджмент", "Бизнес-информатика", "Государственное и муниципальное управление" и специальности "Логистика" / Ф. Т. Алескеров, Э. Л. Хабина, Д. А. Шварц. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2017. - 341 с.

Дополнительная

1. Шикин Е. В. Математические методы и модели в управлении : учеб. пособие для студентов упр. специальностей вузов / Е. В. Шикин, А. Г. Чхартишвили ; МГУ им. М.В. Ломоносова. - [3-е изд.]. - М. : Дело, 2004. - 437 с. : рис., табл. - (Классический университетский учебник). - На тит. л. и обл. также: МГУ им. М.В. Ломоносова 250 лет. - ISBN 5-7749-0374-5 : 211. + 2002,2000

6.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

Электронная библиотека для вузов и ссузов.- Режим доступа: biblio-online.ru
Национальная электронная библиотека (НЭБ) www.rusneb.ru
ELibrary.ru Научная электронная библиотека www.elibrary.ru

6.3 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: https://liber.rsuh.ru/ru/bases

Информационные справочные системы:
1. Консультант Плюс
2. Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для обеспечения дисциплины используется материально-техническая база образовательного учреждения: учебные аудитории, оснащённые доской, компьютером или ноутбуком, проектором (стационарным или переносным) для демонстрации учебных материалов.

Состав программного обеспечения:
1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемыми эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1 Планы практических занятий

Тема 1. Решение простейших задач линейного программирования и поиски экстремумов функций.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков, обсуждение теоретических вопросов.

Вопросы для обсуждения:

Примеры типовых практических задач, приводящих к математической постановке задачи математического (линейного) программирования: задача о диете, задача оптимизации производства при ограничениях на ресурсы. Примеры графического решения задач линейного (математического) программирования в случае двух переменных. Понятие выпуклого множества. Свойства решений задачи линейного программирования (ЗЛП)- связь опорного решения ЗЛП и угловых точек многогранника решений.

Примерные задачи для решения в аудитории:

I тип задач (примеры):

1.Найти такие значения переменных x_1 $и$ x_2, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $Z = x_1 + 4x_2$ принимала максимальное значение, если это возможно.
Построить ОДР, решить задачу.

$$(A)\ \begin{cases} -4x_1 + x_2 \le 4 \\ -x_1 + x_2 \le 5 \\ -x_1 + 2x_2 \le 2 \\ 3x_1 + 4x_2 \ge 12 \end{cases},$$

$$x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0.$$

2. Найти такие значения переменных x_1 $и$ x_2, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $Z = 2x_1 + 3x_2$ принимала максимальное значение, если это возможно. Построить ОДР, решить методом перебора вершин, вычислить градиент целевой функции и решить, опираясь на градиент

$$(A)\ \begin{cases} 6x_1 - x_2 \le 36 \\ 9x_1 - 8x_2 \ge -24, \\ 3x_1 + 4x_2 \ge 12 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0.$$

3. Найти такие значения переменных x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $Z = x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 - 2x_5 \to \max$ (принимала максимальное значение), если это возможно.

$$(A)\ \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 + 4x_5 = 11 \\ x_2 + x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 33 \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 + 10x_4 - 5x_5 = 2 \end{cases},$$

$$x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0, x_3 \ge 0,\ \ x_4 \ge 0, x_5 \ge 0.$$

Решить симплексным методом, можно дополнительно указать графическое решение (относительно переменных x_4, x_5)

4. Исследовать на безусловный локальный экстремум

$$f(x,y) = x^2 \cdot y + 0,5y^2 - 7y - 12x\quad .$$

Контрольные вопросы:

1. Что такое
1) целевая функция?
2) оптимальный план?
3) область допустимых решений?
2. Описать на примере симплексный метод решения задач линейного программирования. 3. Задать двойственную задачу линейного программирования.
4.Общие правила построения двойственных задач.
5.Первая и вторая теорема двойственности, их экономический смысл.
6. Решение задачи линейного программирования геометрически и симплекс-методом. 7. Построение двойственных задач.

8. Решение транспортной задачи методом потенциалов. Сведение незамкнутых моделей к замкнутым.

II тип задач (примеры):

1. Найти такие значения переменных x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, чтобы при заданной системе ограничений (А) функция $f = x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 - 2x_5 \to \max$ (принимала максимальное значение), если это возможно.

$$(A)\quad \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 + 4x_5 = 11 \\ x_2 + x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 33 \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 + 10x_4 - 5x_5 = 2 \end{cases},$$

$$x_1 \ge 0,\quad x_2 \ge 0, x_3 \ge 0,\quad x_4 \ge 0, x_5 \ge 0.$$

Решить симплексным методом, дополнительно указать графическое решение (относительно переменных x_4, x_5.)

2. Дана основная задача линейного программирования: $Z = 2x_1 + 3x_2 \to \max$

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \le 6, \\ -2x_1 + x_2 \le 4, \\ x_1 \ge 0, \qquad x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Составить двойственную задачу и решить обе эти задачи (графически).

Решение транспортной задачи методом потенциалов

III тип задач (примеры):

1. Транспортная задача.

Необходимо перевезти запасы продукции в количестве 90,100, 90 единиц со складов A_1, A_2, A_3, соответственно, к потребителям B_1, B_2, B_3, B_4, причем нужды потребителей составляют 70, 60, 80, 70 единиц соответственно.

Стоимости перевозок таковы:

от A_1 к 1) B_1 равна 1; 2) к B_2 равна 5; 3) к B_3 равна 6; 4) к B_4 равна 1;

от A_2 к 1) B_1 равна 4; 2) к B_2 равна 1 3) к B_3 равна 3; 4) к B_4 равна 4;

от A_3 к 1) B_1 равна 3; 2) к B_2 равна 3; 3) к B_3 равна 5; 4) к B_4 равна 4.

Требуется определить план перевозок так, чтобы все запасы были перевезены; все получатели были удовлетворены; **транспортные расходы (стоимость перевозок) были минимальны.**

Проверить, является ли задача открытой

представить задачу в табличном виде

написать целевую функцию

дать определение плана поставок или плана перевозок

построить первоначальный план перевозок методом «северо-западного» угла

решить задачу методом потенциалов, указывая на каждом шаге величину транспортных расходов

объяснить, согласно какому критерию процесс решения задачи закончен,

т.е. почему Вы остановились в поисках лучшего опорного решения,

указать стоимость транспортных расходов для первоначального плана и для окончательного.

2. Транспортная задача относительно времени перевозок.
Четыре поставщика с грузом соответственно в 550, 250, 300, 100 единиц могут обеспечить четырех потребителей, которым необходимы поставки соответственно
в количестве 400, 200, 150 и 450 единиц грузов.

Матрица времен перевозок такова: $\begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 & 2 \\ 6 & 9 & 8 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

Найти минимальное время на перевозку грузов.

Тема 2. Матричные игры, чистые и смешанные стратегии.
Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков, обсуждение теоретических вопросов.
Примерные задачи для решения в аудитории:
I тип задач (примеры):
1. Исследовать матрицы выигрышей на
а) наличие седловой точки для антагонистической игры

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 3 \\ 5 & 3 & 6 & 6 \\ 4 & 3 & -1 & 4 \\ 5 & 1 & -2 & 7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 8 & 5 & 0 & 3 \\ 4 & 6 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ 6 & 7 & 5 & -2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 & 2 \\ 5 & 3 & 4 & -1 \\ 4 & 3 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 3 & 7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 4 & 6 \\ 3 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

б) $\begin{pmatrix} 3 & 5 & 9 & 7 & 10 \\ 5 & 4 & 8 & 6 & 2 \\ 7 & 6 & 10 & 8 & 11 \\ 4 & 5 & 7 & 7 & 9 \\ 6 & 6 & 10 & 8 & 12 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ на доминирование стратегий и седловую точку.

в) Решить антагонистические игры с матрицами выигрышей

$$\begin{pmatrix} 10 & -2 \\ 1 & 8 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -2 & 5 & 7 \\ 7 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 6 & -3 & 5 & -2 \\ 8 & -2 & 7 & 0 \\ -2 & 6 & -4 & 7 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -5 & 6 \end{pmatrix}$$

по плану:
А) *выписать редуцированную матрицу выигрышей; найти нижнюю цену и указать максиминные стратегии; найти верхнюю цену игры и указать минимаксные стратегии, найти цену игры и пары оптимальных стратегий, если они существуют.*
Б) *решить в смешанных стратегиях.*

II тип задач (примеры):
1. Задача о посевах.

С/х фирма может выращивать на определенной площади две культуры: A_1 и A_2 в условиях дождливого лета (Д), засушливого лета (З) и нормального лета (Н). Урожайность культуры A_1 в дождливое лето - 3 у.е. на 1 га, 5 у.е. в условиях нормального лета и 8 у.е. при засухе. Урожайность A_2 на 1 га при дождливом лете - 6 у.е., 3 у.е. в нормальное лето и 2 у.е. при засухе. Фирма хочет спланировать посевы так, чтобы получать оптимальный урожай при различных погодных условиях. Дайте решение для фирмы.

2. Два игрока А и В имеют право загадывать целые числа от 1 до 4. В том случае, когда результат сложения задуманных чисел будет четным, игрок В выплачивает игроку А получившуюся сумму, а если нечетным, то, наоборот, игрок А выплачивает игроку В. Представьте эту задачу как игру и решите ее.

3.Армия А, имеющая один самолет, может направить его в атаку на одну из трех целей. Армия В, обладающая единственным зенитным орудием, может установить его для одной из возможных целей. Если цель не защищена, она при атаке разрушается. Ценность целей составляет $3 \cdot 10^8$, $2 \cdot 10^8$, $1 \cdot 10^8$ соответственно. А стремится максимизировать ущерб от нападения, а В стремится его минимизировать. Постройте теоретико- игровую модель задачи.

4.Магазин может закупать для реализации 10, 15, и 20 тонн скоропортящихся продуктов по цене 300 руб / кг. В зависимости от спроса (пониженный, умеренный, повышенный) в день может быть продано 10, 15, и 20 тонн по цене 500 руб / кг. Остаток товара может быть реализован на следующий день по цене 150 руб / кг.
Представьте эту ситуацию в виде игры и предложите оптимальное решение.

5.В новом жилом массиве создается фирма по ремонту радио- и телеаппаратуры.
Для упрощения задачи примем, что поток заявок на ремонт может составить 2, 4, 6 и 8 тысяч в год. Накопленный опыт показывает, что прибыль от одной заявки составляет λ руб; потери, вызванные отказом в ремонте, составляют П руб на каждой заявке, а убытки от простоя специалистов при отсутствии заявок составляют σ руб. за каждую недо-полученную заявку. Представьте эту ситуацию в виде игры и предложите оптимальное решение по организации фирмы.

III тип задач (примеры):
Биматричные игры.
1. Дилемма заключенных.
В тюрьме в течение года, пока идет следствие, в разных камерах сидят два преступника, совершивших общее преступление.
Прямых улик против них нет. Преступники не могут общаться друг с другом.
Если оба они отрицают свою причастность к преступлению, то у следствия нет возможности доказать обвинение и преступники освобождаются, причем каждый из них теряет год предварительного заключения.
Если под давлением следователя один из преступников сознается в том, что они вдвоем совершили преступление, то оба будут осуждены, но сознавшийся получает m лет лишения свободы, а не сознавшийся --- n лет лишения свободы.
Какую линию поведения выгодно выбрать каждому из игроков?
С точки зрения теории игр можно построить модель: есть два игрока А и В,
у каждого две стратегии - говорить (Г) и молчать (М), «выигрыш» игрока =равно число лет заключения со знаком «-». Матрицы выигрышей таковы

$$\begin{array}{c} \\ M \\ Г \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} M & Г \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & -n \\ -m & -m \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \\ M \\ Г \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} M & Г \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & -n \\ -m & -m \end{pmatrix} \end{array}$$

Общая матрица выигрышей:

$$\begin{array}{c} \\ M \\ Г \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} M & Г \end{array} \\ \begin{pmatrix} (-1,\ -1) & (-n,\ -n) \\ (-m,-m) & (-m,\ -m) \end{pmatrix} \end{array}$$

Например, при m=3, n=6 матрицы выигрышей :

$$\begin{array}{c} \\ M \\ Г \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} M & Г \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ -3 & -3 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \\ M \\ Г \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} M & Г \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ -3 & -3 \end{pmatrix} \end{array}$$

при m= 0 , n= 6

$$\begin{array}{c} \\ M \\ Г \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} M & Г \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \\ M \\ Г \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cc} M & Г \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

IV тип задач (примеры):

1. Проверить, есть ли доминирование стратегий для биматрицы

$$\begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} B_1 & B_2 & B_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} (2,3) & (6,1) & (3,2) \\ (7,2) & (1,5) & (4,1) \\ (1,4) & (5,1) & (6,3) \\ (8,6) & (1,2) & (6,1) \end{pmatrix} \end{array}$$

и указать равновесия по Нэшу в чистых стратегиях.

Тема 3. Оптимизации на графах.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков, обсуждение теоретических вопросов.

Вопросы для обсуждения:

Примеры графов. Вычисление степени вершины. Построение маршрута в неорграфе, цикла в неорграфе, пути в орграфе. Примеры ациклических, связных графов.

Граф-«дерево», построение остовного дерева. Взвешенный граф, вес маршрута, переход к понятию сети. Построение цикла, остовного дерева для сети. Построение минимального остовного дерева сети.

Построение минимальной сети.

Примерные задачи для решения в аудитории:

I тип задач (примеры):

1. На рисунке указаны расстояния между платформами, добывающими газ в открытом море, и приемным пунктом на берегу. Платформа 1 – самая близкая к берегу и оснащена необходимым для перекачки газа от других платформ к ней и к приемному пункту оборудованием. Нужно спроектировать сеть трубопроводов минимальной длины, соединяющей платформу 1 и остальные платформы.

Предположим, что в предыдущей задаче все платформы разбиты на 2 группы в зависимости от давления газа в скважинах: к группе платформ с высоким давлением газа относятся 2,3,4 и 6 платформы, а с низким давлением газа -5,7,8,9. Из-за разницы в давлении газопроводы от

платформ разных групп нельзя соединять между собой, но можно присоединять их к платформе 1. Построить минимальную сеть газопроводов.
Освоение алгоритма поиска кратчайшего пути.

II тип задач (примеры):
1. Водитель ездит из дома (Д) на работу (Р) по самому короткому маршруту среди возможных по приведенной на рис. схемы дорог. Но при этом его часто штрафуют за превышение скорости, поэтому самым оптимальным маршрутом является не самый короткий, а самый коммерчески безопасный. На второй схеме приведены вероятности события A= (быть оштрафованным на каждом участке дороги). Наряды ГИББД занимают свои позиции случайным образом, не согласовывая их друг с другом. Построить самый оптимальный маршрут от Д до Р.

III тип задач (примеры):
1. На рисунке может быть приведена транспортная сеть, состоящая из 5 городов (расстояния между городами=вершинами сети приведены на дугах сети) Найти кратчайшие расстояния от города 1 до всех остальных 4-х городов.
2. Понятие разреза на графе и его пропускной способности. Алгоритма нахождения максимального потока. Решение практических задач для различных сетей с помощью построения максимального потока в сети. На приведенном рис. сети построить максимальный поток.
Контрольные вопросы:
1. Поиск кратчайших маршрутов, максимальный поток в сети для конкретных графов.

Тема 4. Системы массового обслуживания.
Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков, обсуждение теоретических вопросов.
Примерные задачи для решения в аудитории:
I тип задач (примеры):
1. В большом городе каждые 12 минут рождается ребенок. Время между рождениями распределено по экспоненциальному закону. Вычислить среднее число рождений за год, вероятность того, что в течение 1 года не произойдет ни одного рождения, вероятность выдачи 50 свидетельств о рождении к концу третьего часа, если известно, что на протяжении предыдущих 2 часов было выдано 40 таких свидетельств.
II тип задач (примеры):
1. Магазин работает с 3 кассами. Как только очередь покупателей превысит 4 человека, то будет открыта дополнительная касса. Покупатели подходят к кассам в соответствии с распределением Пуассона с математическим ожиданием 10 чел. в час. Время обслу-живания покупателя в кассе распределено по экспоненциальному закону со средним в 12 минут. Определить в установившемся режиме вероятность того, что n покупателей стоят в очереди в кассу.
2. Применение экспоненциального распределения в системах массового обслуживания, освоить модели рождения и гибели, связь между экспоненциальным и пуассоновским распределениями.
Контрольные вопросы:
1. Что такое пуассоновский поток?
2. Какое распределение имеет случайная величина= время обслуживания клиентов, как правило?
3. Описать поток Эрланга.

Приложение 1. Аннотация
рабочей программы дисциплины

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Исследование операций» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.
Цель дисциплины: дать представление студентам о принципах и методах математического моделирования операций, познакомить с основными типами задач исследования операций и методами их решения для практического применения.
Задачи: научить студентов применять методологию исследования операций; выполнять все этапы исследования; классифицировать задачу оптимизации; выбирать метод решения задач оптимизации; использовать компьютерные технологии реализации методов исследования операций и методов оптимизации.
Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
Знать: основные принципы перечисления объектов; понятие производящей функции последовательности; формулу включения-исключения; методы решения рекуррентных соотношений; основные задачи исследования операций; основы теории принятия решений в условиях конфликта; основы метода динамического программирования;
Уметь: использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач; строить производящие функции конкретных последовательностей и решать обратную задачу; решать простейшие рекуррентные соотношения; находить количество решений целочисленных линейных уравнений в натуральных числах; использовать математические модели исследования операций в реальных ситуациях, применять к конкретным задачам методы теории исследования операций (игровые методы принятия решений, метод динамического программирования и др.;
Владеть: навыками строить области в двумерной плоскости, рассчитывать параметры практических задач массового обслуживания.
По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме зачёта с оценкой.
Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.